Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"
Ediția a XVIII-a
Proba pe echipe, clasele IX-XII
22 noiembrie 2017

Subiecte

Runda II

Problema 1.

Fie $n, k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $2^{k+1} > n$. Să se calculeze suma $S = \sum_{i=0}^{k} \left[\frac{n+2^i}{2^{i+1}} \right]$, unde $[a]$ este partea întreagă a numărului real a.

Problema 2.

Fie $a, b, c \in (0, 1)$ sau $a, b, c \in (1, +\infty)$. Să se determine minimul expresiei $E(a, b, c) = \log_a b + \sqrt{\log_b c} + \sqrt[3]{\log_c a}$ și tripletele de numere (a, b, c) pentru care se obține valoarea minimă a expresiei.

Problema 3.

Câte soluții $X \in M_2(\mathbb{C})$ are ecuația $X^{2017} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$?